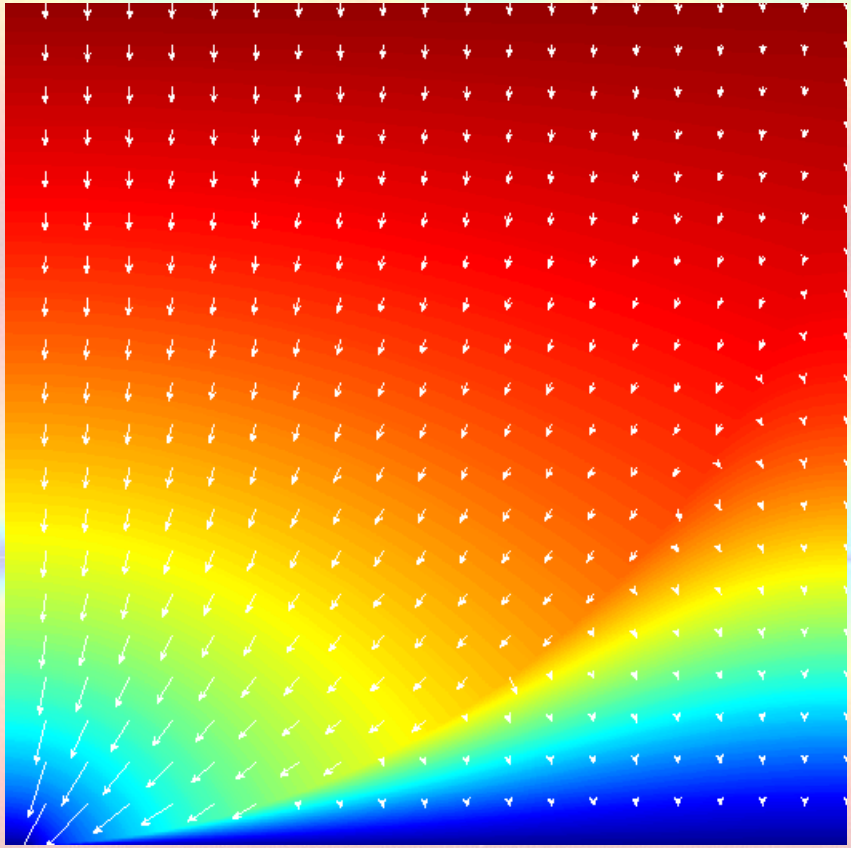
Transfert de chaleur dans un milieu poreux : cas où la conductivité thermique dépend de manière fortement non-linéaire du taux d'humidité présent

Édouard Canot

SAGE, IRISA, Rennes

Renaud Delannay

Milieux granulaires, IPR, Rennes



Workshop HYDRINV, Tunis, 7-8 février 2013

Sommaire

- Introduction et présentation du problème
- La conductivité effective : difficultés
- Un modèle simplifié 2D (empilements réguliers)
- Le problème doublement périodique
- Réduction du domaine de calcul (nouvelles C.L.)
- Simulations numériques
- Conclusions et perspectives

Introduction :
Transfert de chaleur et de masse

Agriculture

Risques naturels

Préservation des graines

Introduction :
Liens avec d'autres thèmes d'HYDRINV

- transfert de chaleur = écoulement de l'eau
  (chaleur → contacts // écoulement → pores)

- Homogénéisation

  micro → macro

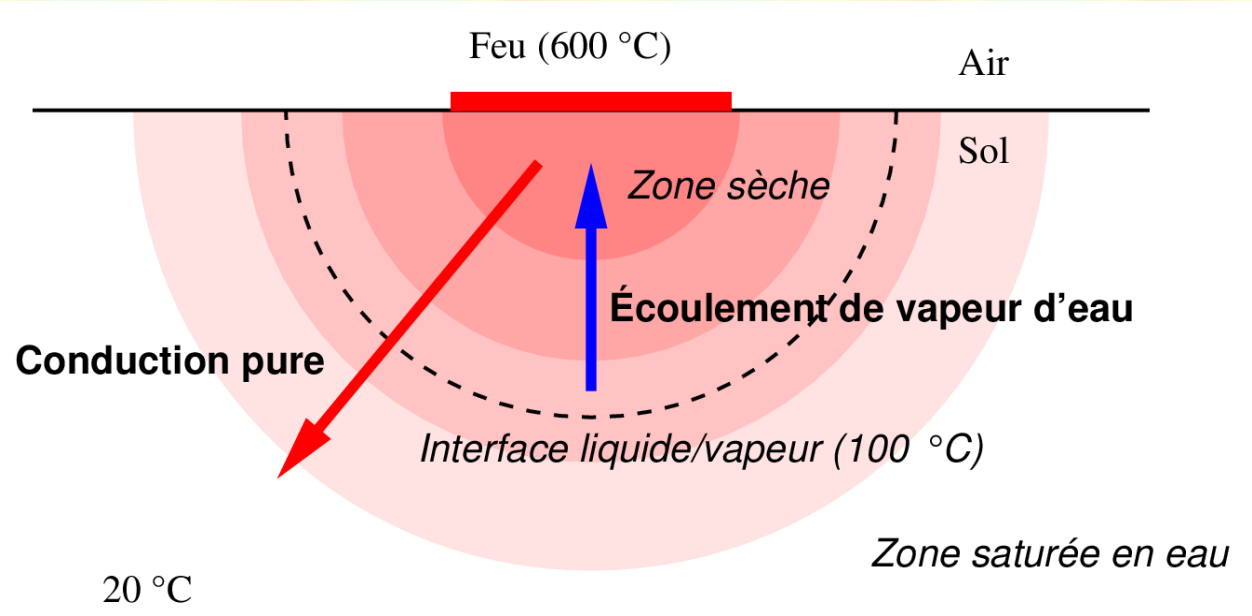
- nouveau type de pb
  avec C.L. spéciales

- détermination de
  paramètres physiques

Sable du désert de Gobi

Présentation du problème :
chauffage intense de la surface d'un sol humide

→ simplification (des mécanismes / du milieu)



modèle 3D-axi

montage expérimental →
(sable de Fontainebleau, presque monodisperse)

Présentation du problème :
recherche de propriétés effectives

- transfert de chaleur : approche macroscopique

  → *écriture globale (équilibre thermique)*

- loi de Fourier : $\Phi = -\lambda \, \mathrm{grad}(T)$

- diffusion de la chaleur : $\rho \, C_p \, dT/dt = \mathrm{div}(\lambda \, \mathrm{grad}(T))$

$$(\rho \, C_p)_e = \phi \, (\rho \, C_p)_f + (1 - \phi)(\rho \, C_p)_s$$

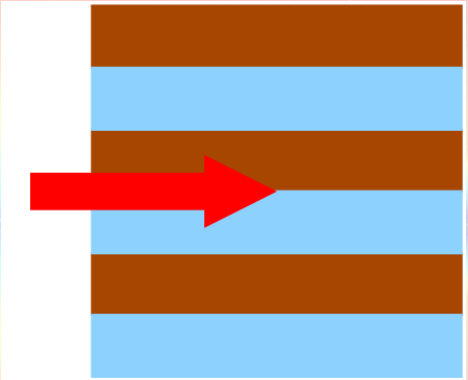
ϕ = porosité

f = fluide (eau, vapeur)

s = solide

$\lambda_e = ?$

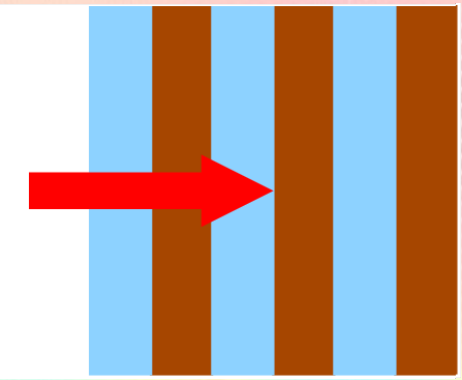
Conductivité thermique : passage micro → macro



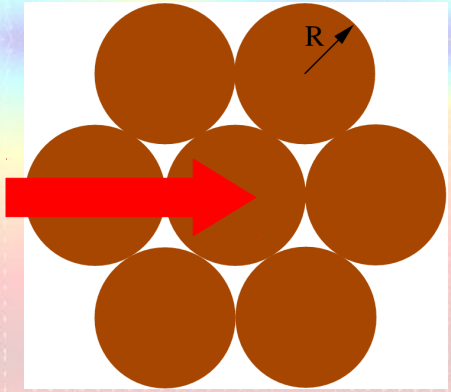
flux de chaleur parallèle aux couches :
moyenne arithmétique

orientation quelconque :

$$\Phi_i = -\Lambda_{ij}\,\mathrm{grad}(T)_j$$



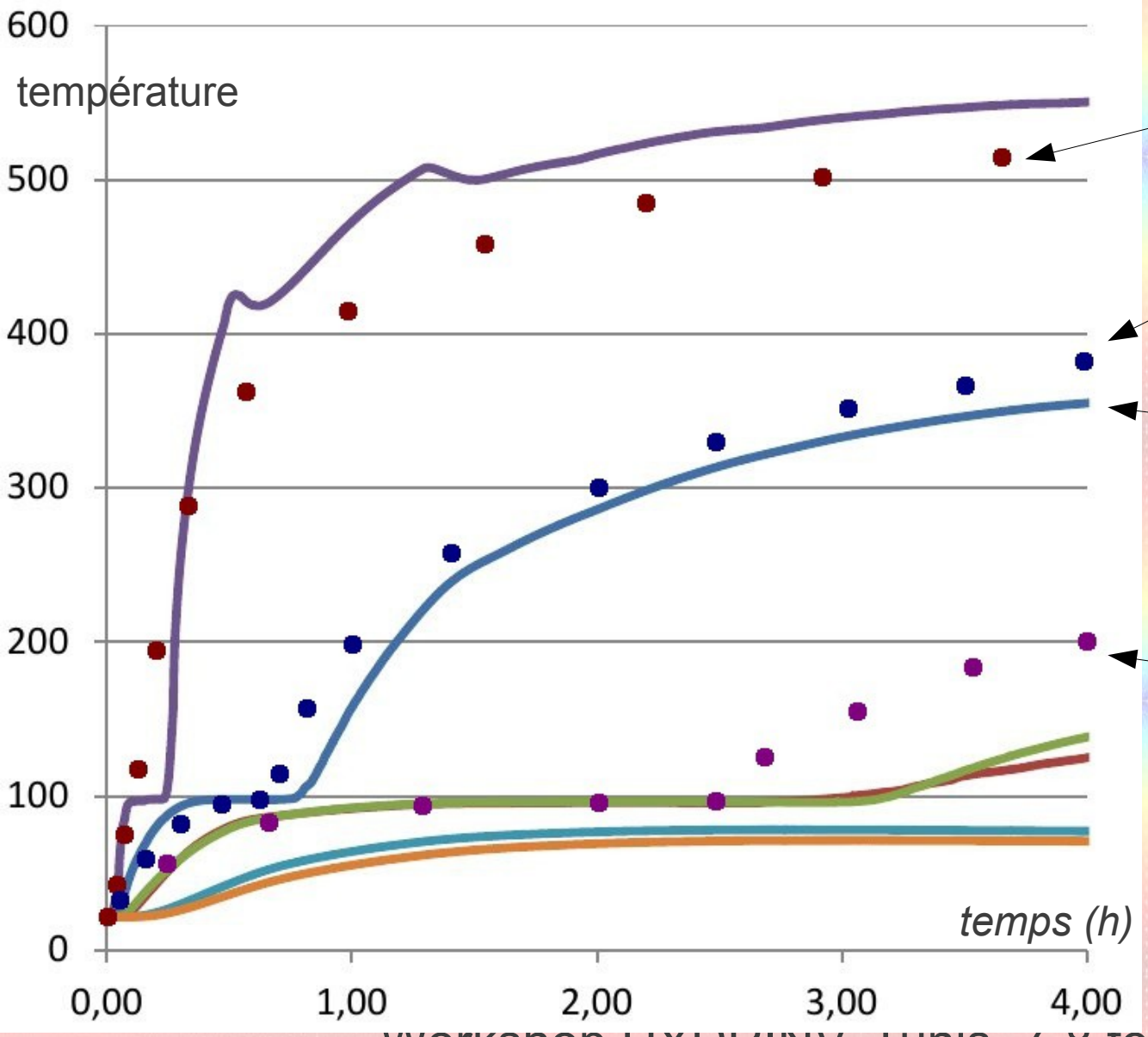
flux de chaleur perpendiculaire :
moyenne harmonique



Kunii & Smith, 1960
(sphères compactes)

$$\lambda_e = \lambda_f \left[\phi + \frac{\alpha\beta}{\gamma \frac{\lambda_f}{\lambda_s} + 0,058} \right]$$

Comparaison numérique / expérience :
sensibilité au modèle de conductivité effective



calcul numérique avec le modèle à flux parallèle

avec le modèle de Kunii & Smith

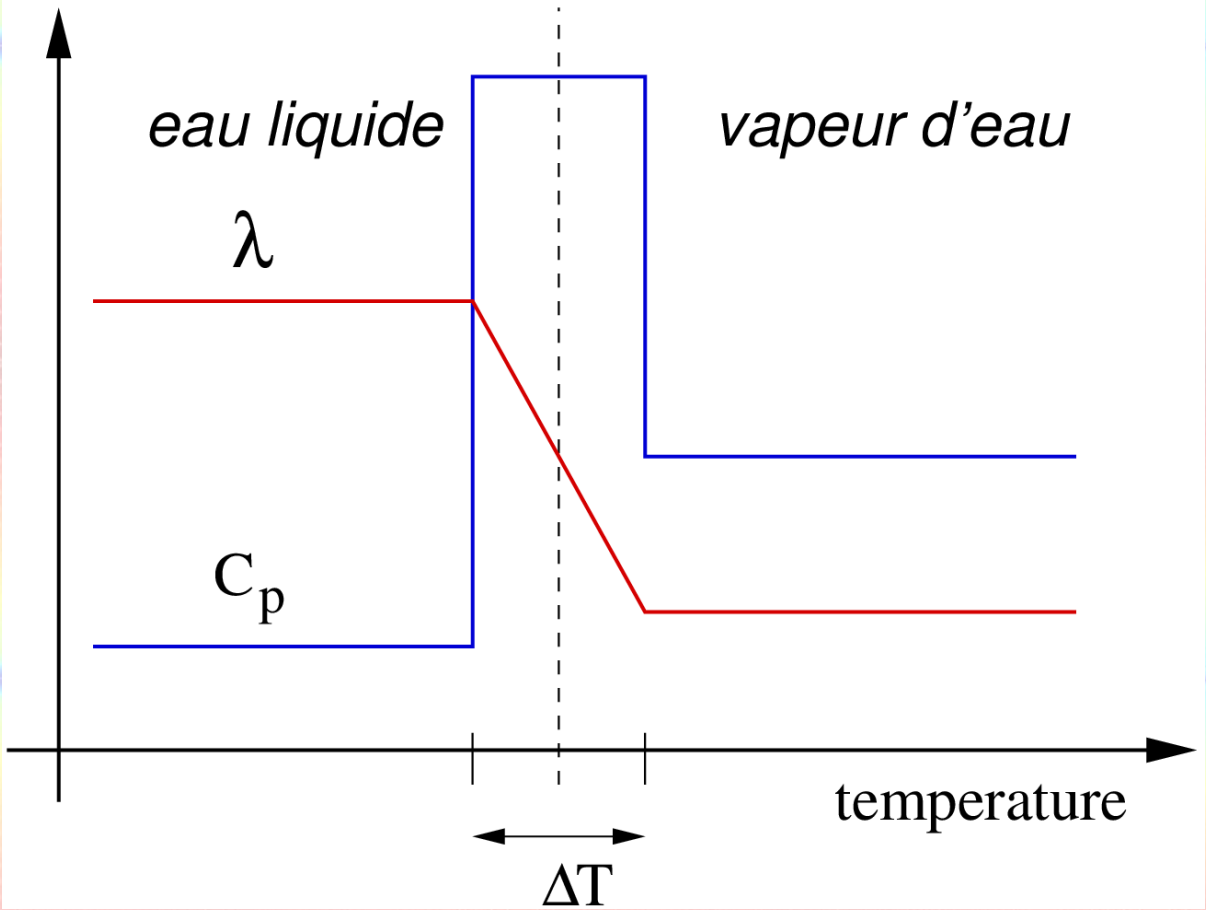
température mesurée à 2 cm de profondeur

avec le modèle à flux perpendiculaire

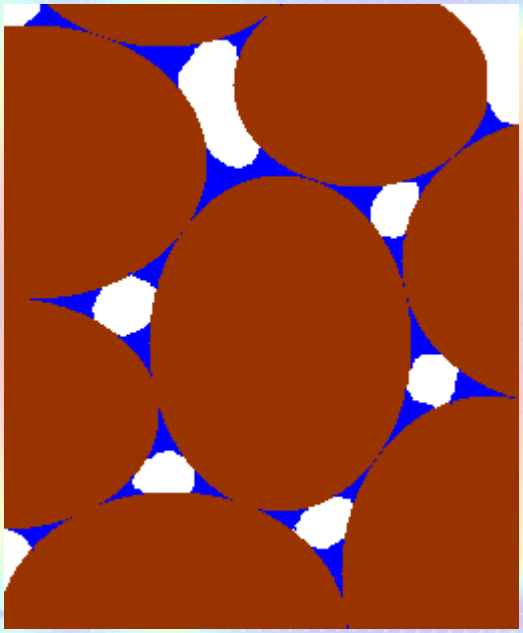
Changement de phase :
méthode de capacité apparente

C_p présente un Dirac à la température d'évaporation

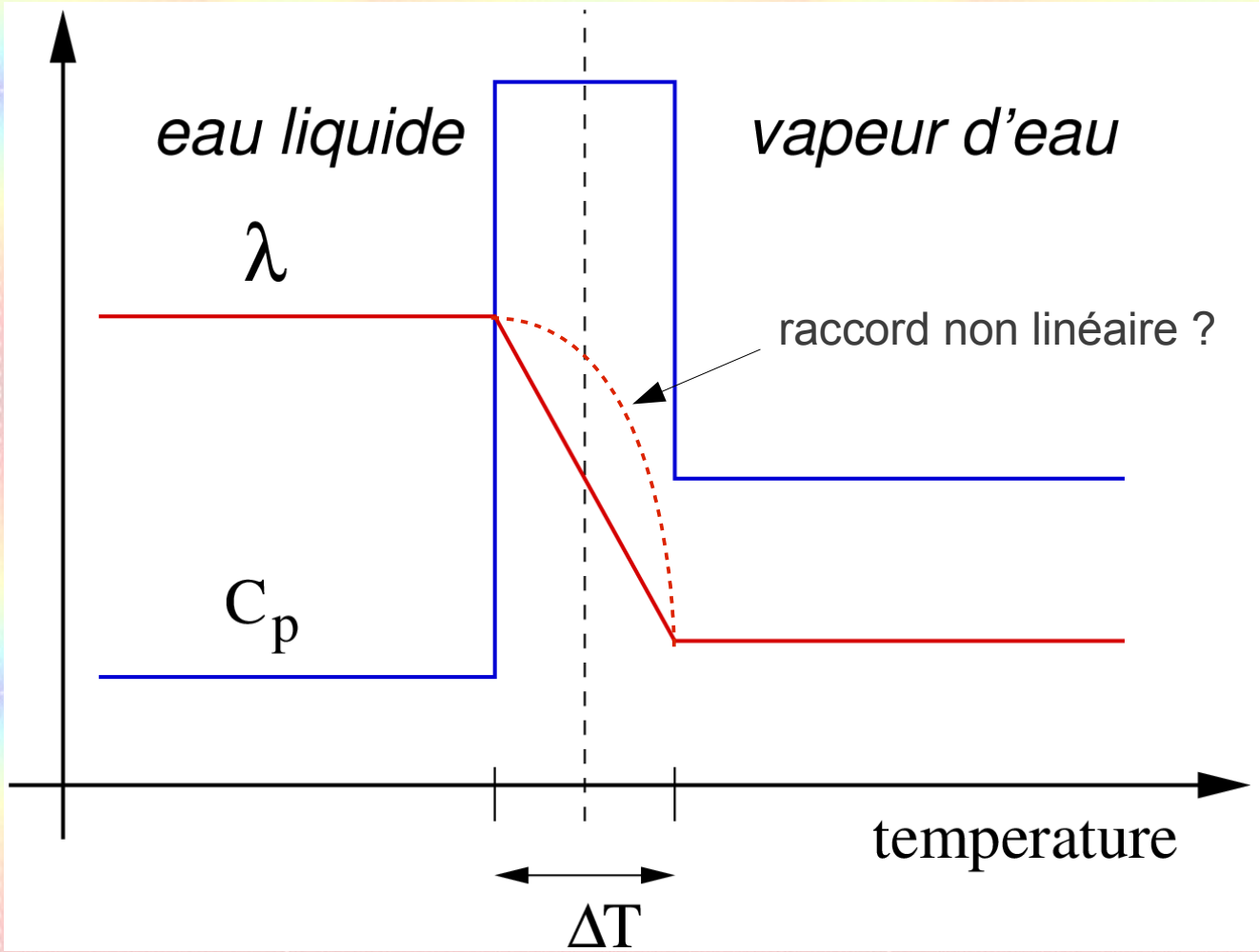
(l'énergie de ce Dirac est la chaleur latente d'évaporation)



Au voisinage de l'interface liquide/vapeur :
occupation de l'espace par le liquide

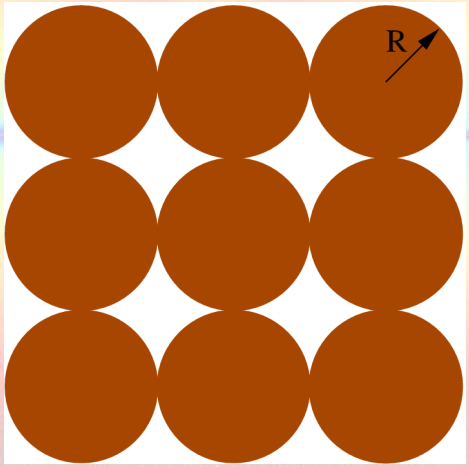


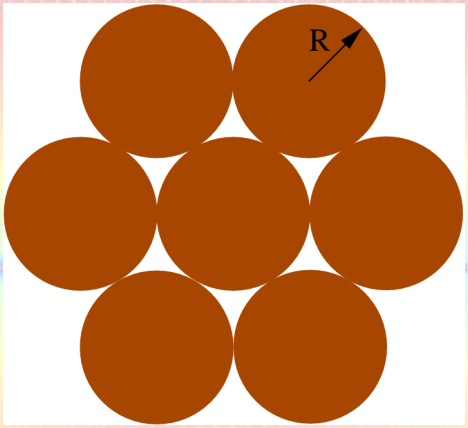
solide + liquide (ménisque)
+ vapeur d'eau



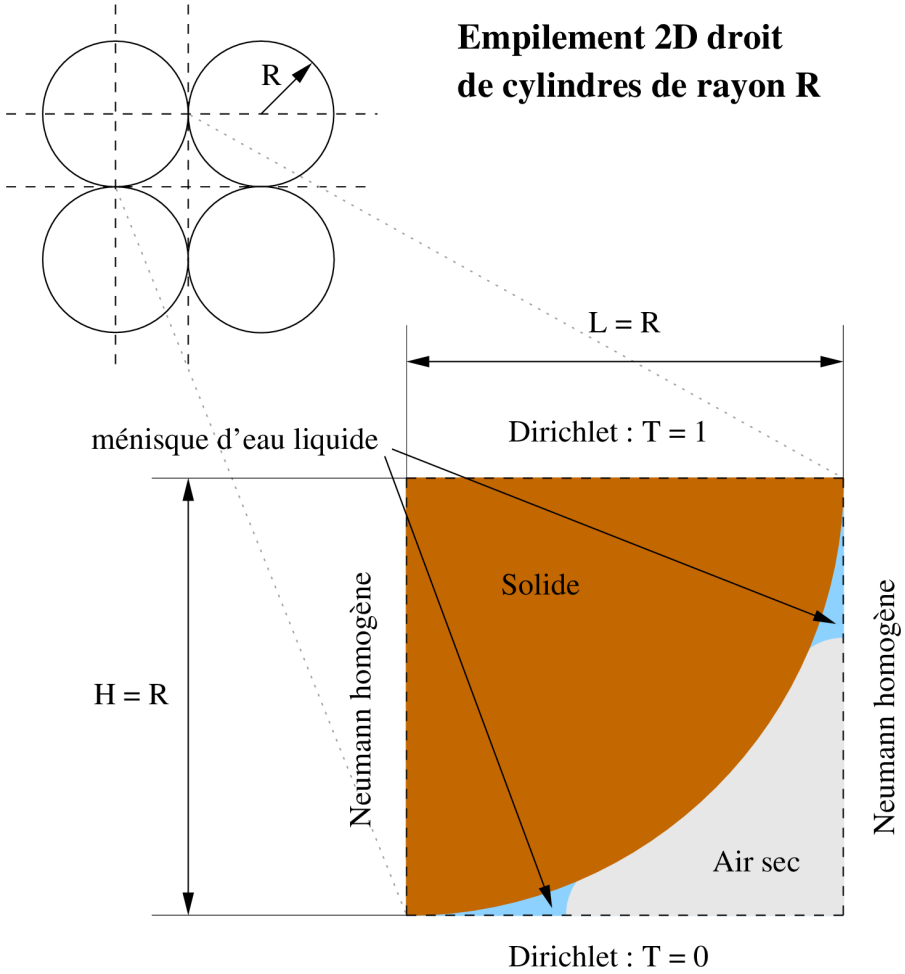
Modèle local 2D simplifié :
empilements périodiques

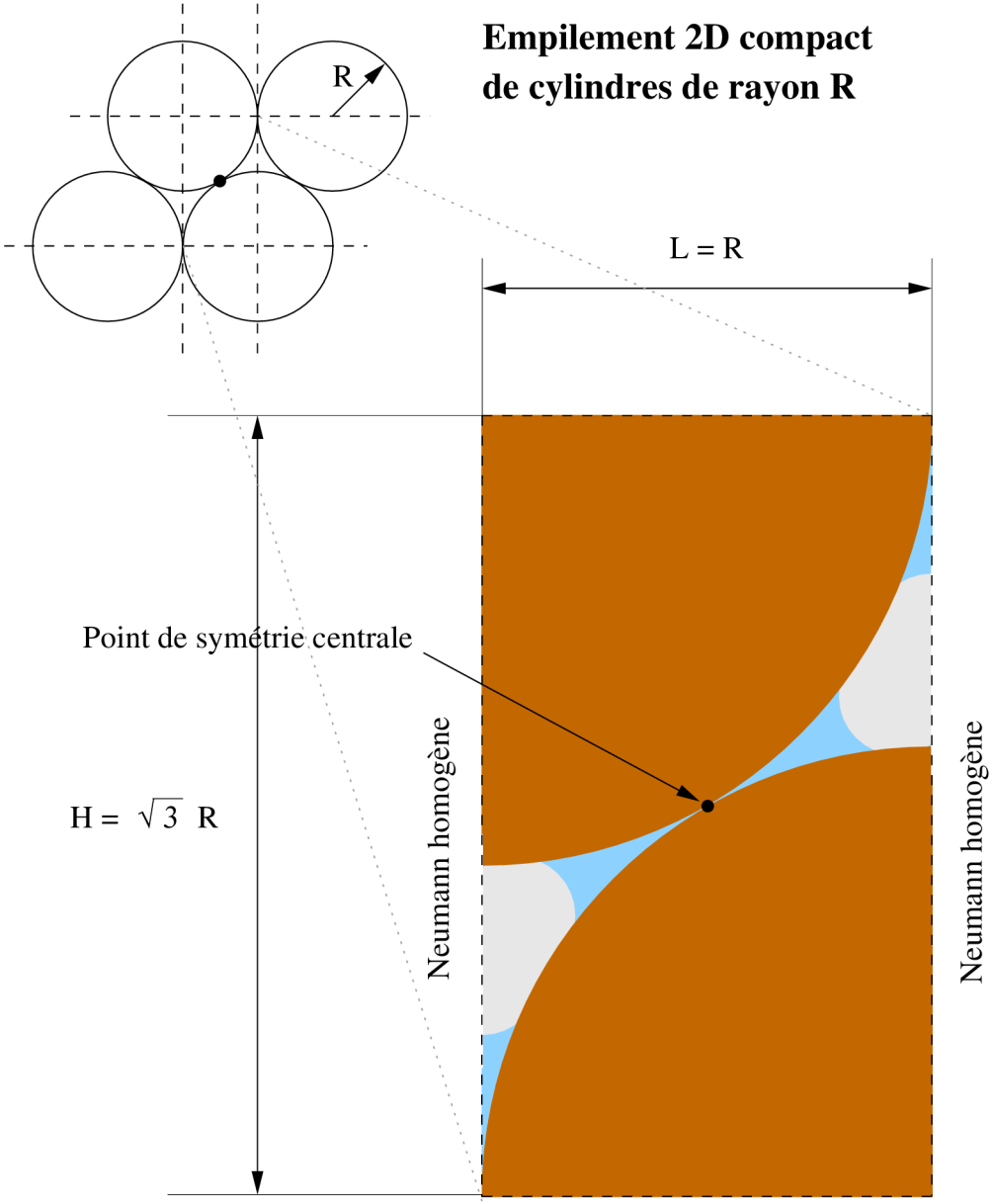
- cercles identiques
  à répartition doublement périodique
- contact ponctuels
- ménisques liquides identiques,
  centrés autour des points de contact
- l'angle de contact (vapeur/liquide/solide)
  peut être un paramètre





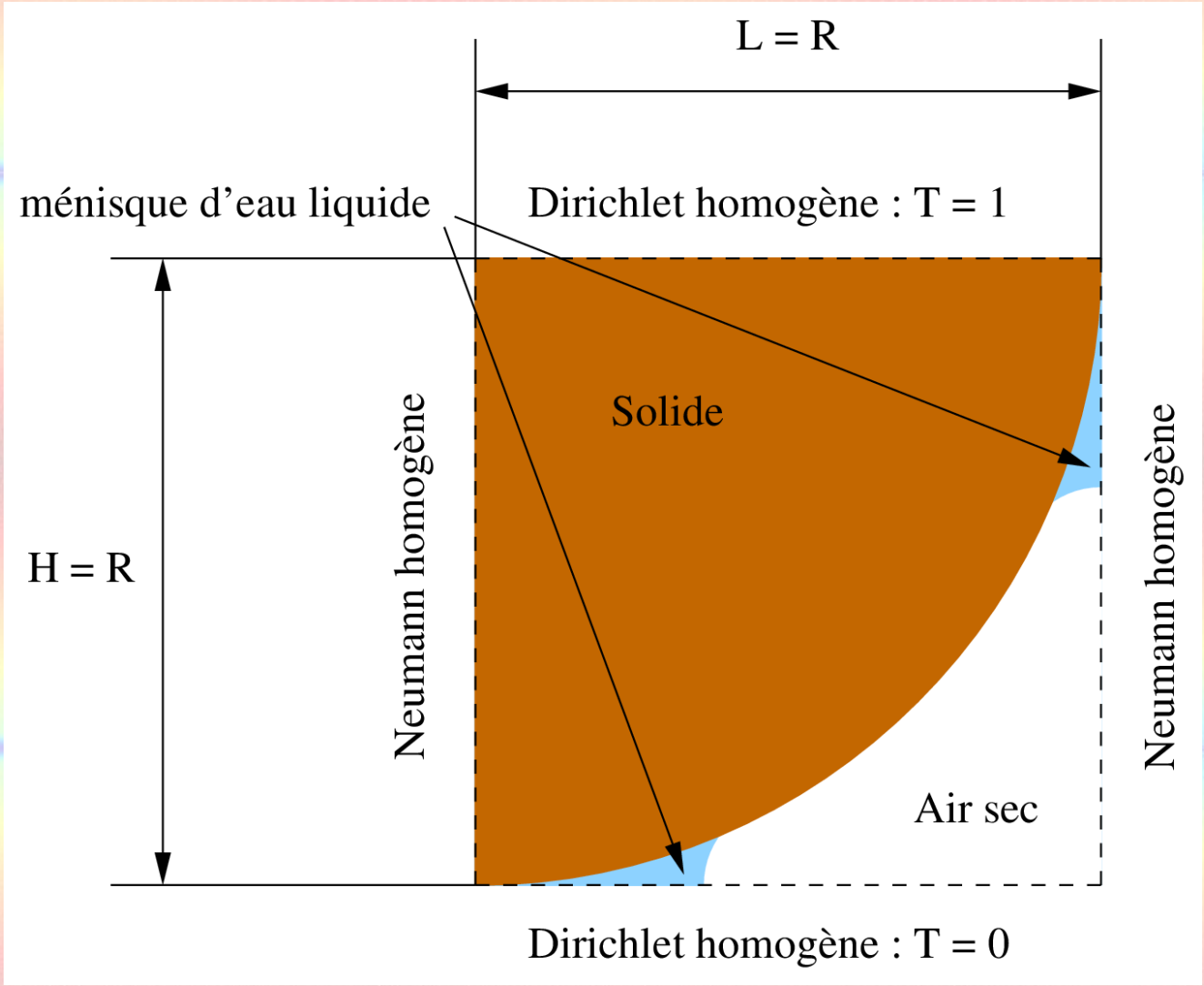
pas la réalité ➡ *modèle de compréhension*





Réduction des domaines

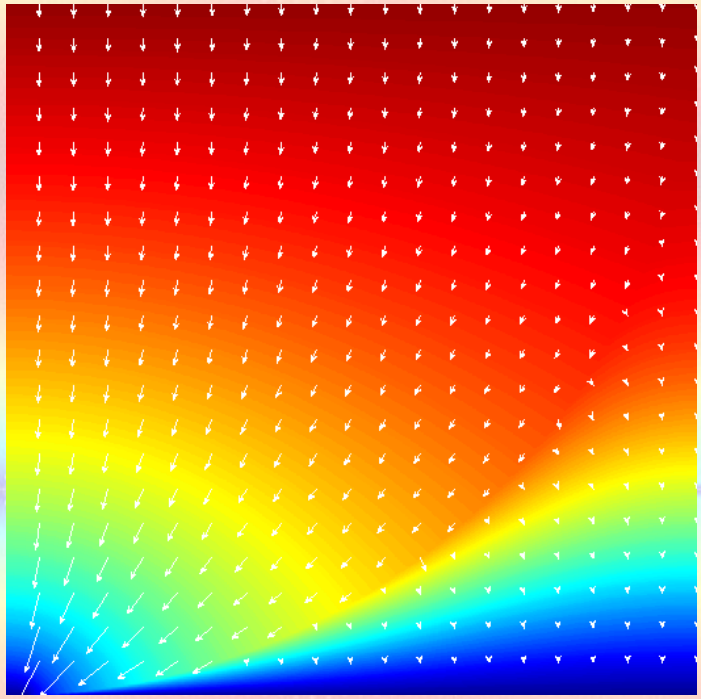
Empilement droit :
calcul de la conductivité effective



?

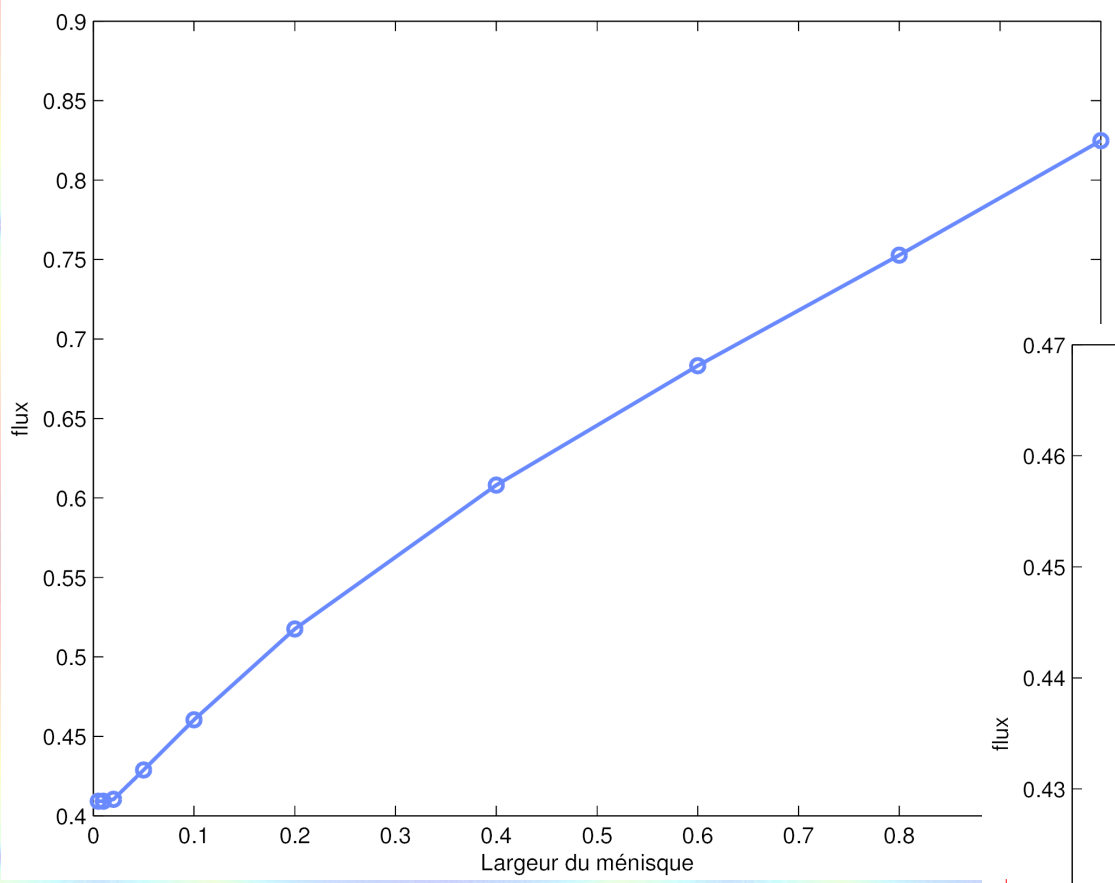
$$\Phi = \boxed{\lambda_e} (T_1 - T_0) / \Delta z$$

$$\rightarrow \quad \lambda_e = H \, \Phi_{calculé}$$



exemple de solution numérique
sans ménisque liquide

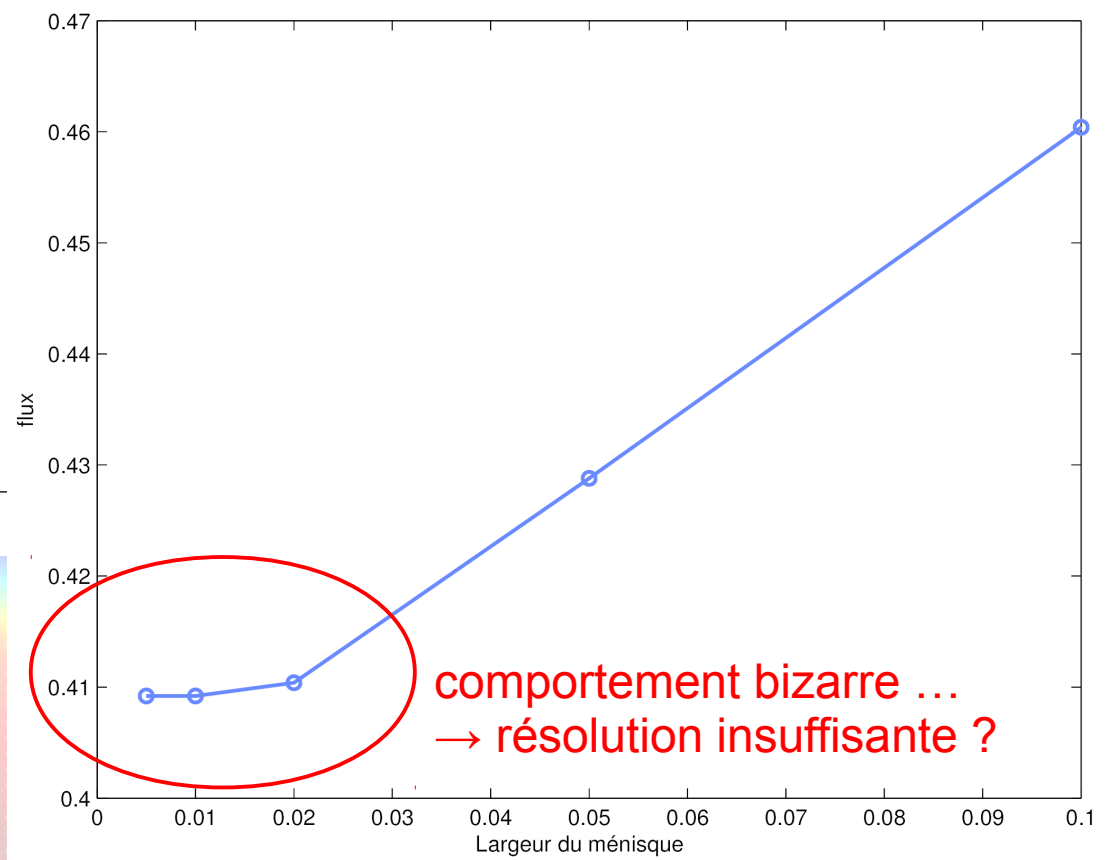
Empilement droit : résultats numériques



Code TP-INSA, MEFM,
solveur creux (CHOLMOD), mailles carrées

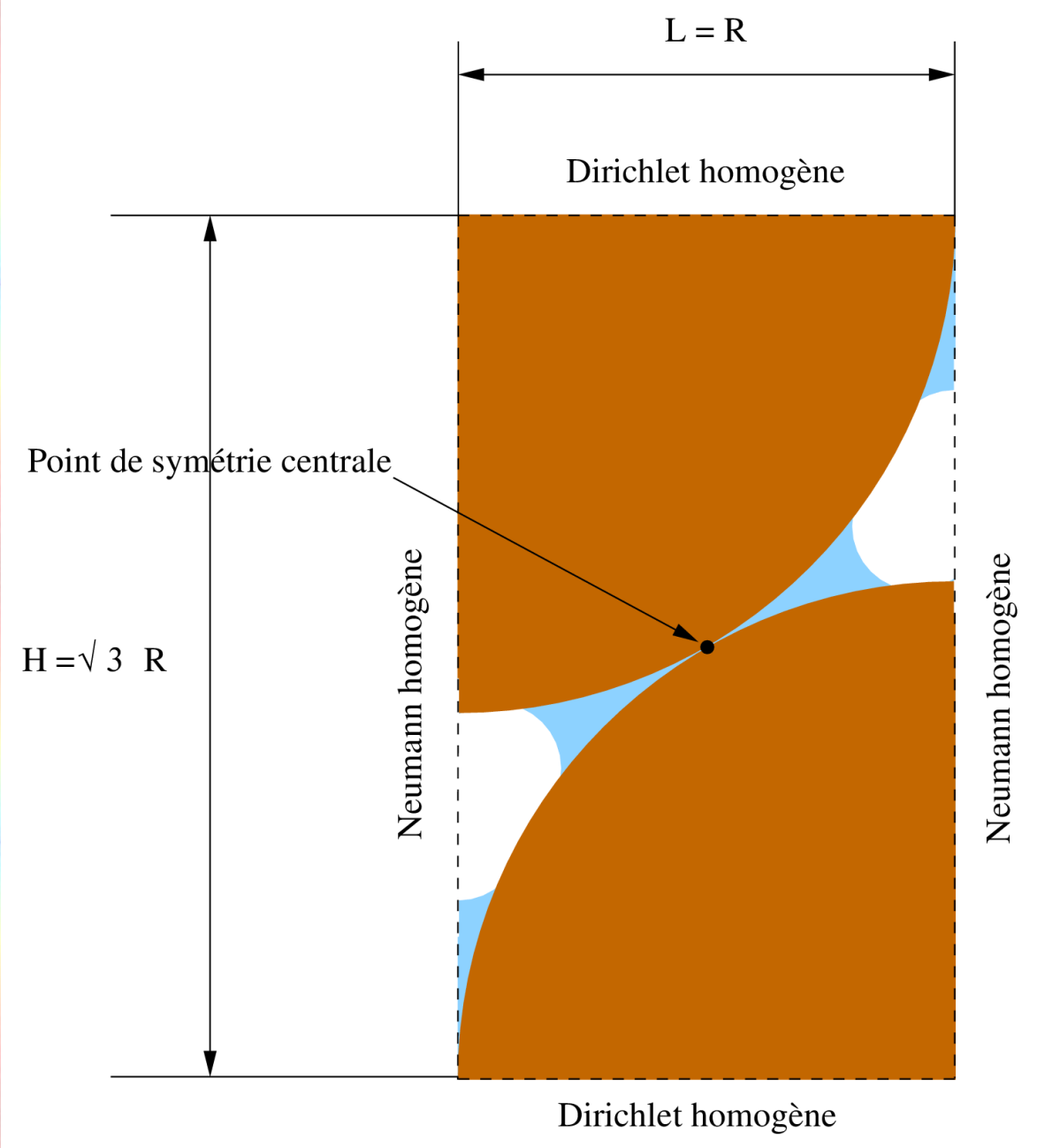
performance :
1600x1600 en 30 s. (Intel core i7, 2.7 GHz)

(flux effectif normalisé par le flux pour le solide seul)



<u>attention</u> : la largeur du ménisque n'est *pas du tout linéaire* avec la fraction liquide dans le pore

Empilement compact : réduction supplémentaire ?



symétrie centrale :

→ solution symétrique ?

→ comment diviser le domaine en deux ?

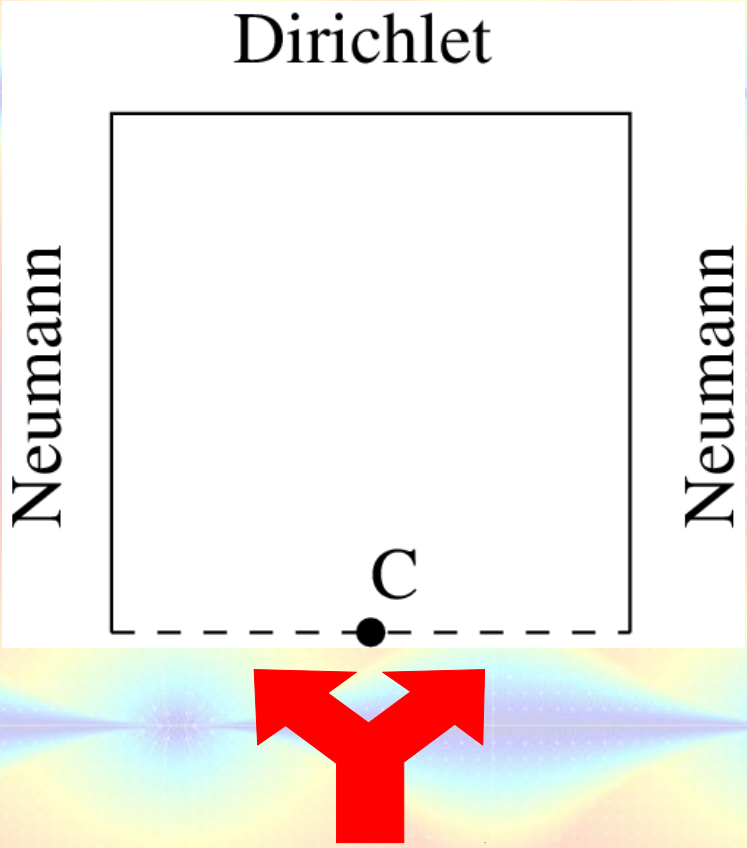
→ conditions limites ?

Réduction d'un problème à symétrie centrale (I)

- si les conditions limites vérifient la symétrie centrale, alors la solution de l'EDP elliptique est aussi à symétrie centrale [*pour les flux uniquement !*]
- on peut donc diviser le domaine de calcul en deux (nombre d'inconnues divisé par 2, temps CPU par 4)
- → mais comment couper en deux ?

Réduction d'un problème à symétrie centrale (II)

- on peut couper où on veut (par ex. coupure horizontale)
- sur cette coupure, on a aussi la symétrie pour les deux composantes du flux :
  - symétrie pour dT/ds
  - symétrie pour dT/dn
- on utilise $$T(x) = \int_0^x \frac{\partial T}{\partial \xi} d\xi$$
- on déduit alors une condition d'antisymétrie pour $T(s) - T(s_C)$
- T au point C doit donc être imposée



conditions de symétrie par rapport au point C

Réduction d'un problème à symétrie centrale (III)

- pour ce nouveau type de C.L. : existence ? unicité ?
- emploi de la formule de Green :

$$T(x) = \int_{\partial\Omega} \frac{\partial G(x,x')}{\partial n} T(x') dx' + \int_{\partial\Omega} G(x,x') \frac{\partial T}{\partial n} dx'$$

- les conditions de symétrie relient T et dT/dn : on a donc à la fois l'existence et l'unicité de la solution.
- T(C) imposé, donc un point au moins de la frontière est de type Dirichlet

  → Équation de Fredholm de seconde espèce
  → stabilité de la solution
  → problème bien posé.

Conclusion et Perspectives

- homogénéisation ok en 2D (à faire en 3D)
  (i.e. extension du modèle de Kunii & Smith au non saturé)
- empilements désordonnés (aléas) :
  cf. travaux de Castaing (résistance électrique des poudres)
- percolation → interface liquide/gaz non uniforme
- autre code numérique pour une description fine des contacts (TRACES, IMF-Strasbourg, triangles)

- application immédiate : étude des feux préhistoriques
  → http://arphymat.univ-rennes1.fr
  (historique, publis, …)